弾性波デバイスの最適設計

名古屋大学大学院工学研究科機械システム工学専攻　計算力学研究室
松島慶, 飯盛浩司, 高橋徹, 松本敏郎

研究背景

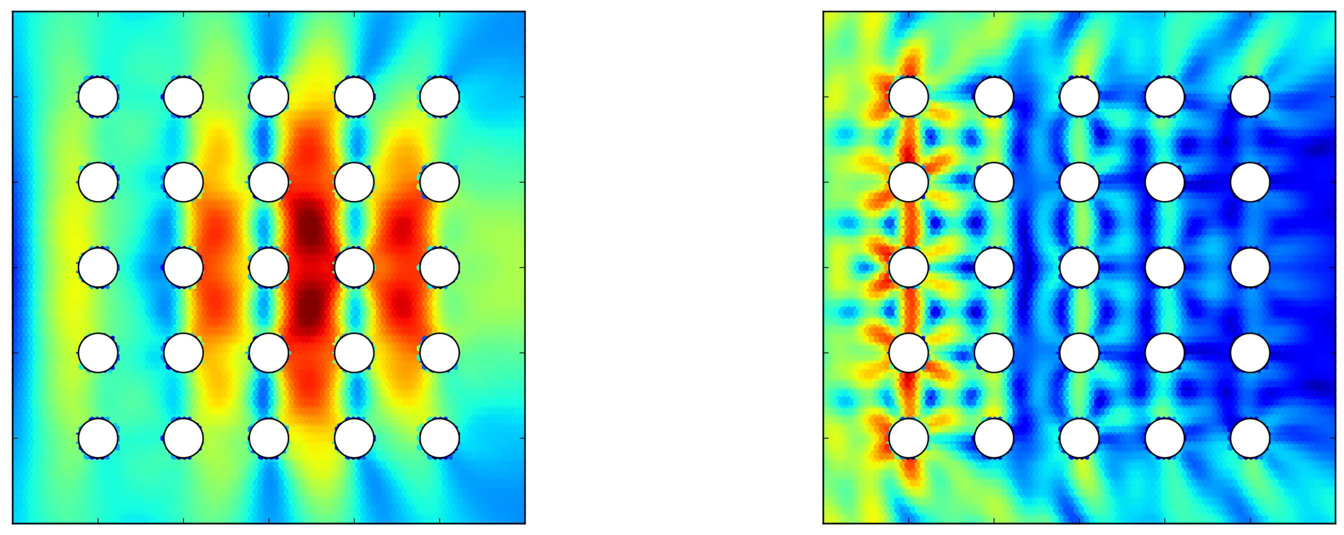
制震・遮音は工学における重要な課題の1つである. 近年ではフォノニック結晶などの弾性波を制御するデバイスが注目を集めており, 当研究室はトポロジー最適化手法を用いた弾性波デバイスの設計に関する研究を行っている.

このような波動場におけるトポロジー最適化では, しばしば解析対象が無限領域となるために, 従来から用いられてきた有限要素法による解析が難しい場合がある. この問題に対処するために, 当研究室では境界要素法と$\mathcal{H}$マトリクス法を組み合わせた高速ソルバを開発し, トポロジー最適化に応用している.

ここでは, 2種弾性体の最適分布を求める最適化問題を例として, トポロジー最適化手法を解説する. また, 開発した手法の有効性を数値例で確認する.

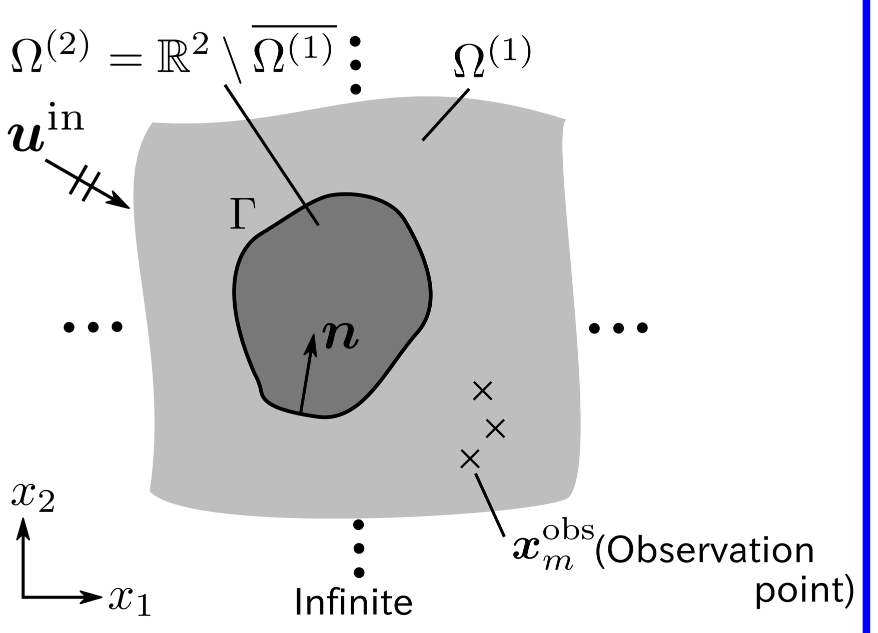
フォノニック結晶

あらゆる方向から入射する弾性波を伝搬させない周波数帯 (フルバンドギャップ) を有する周期構造



レベルセット法を用いたトポロジー最適化

下図のように, 無限に広がる母材$\Omega^{(1)}$に弾性波$\boldsymbol{u}^{\mathrm{in}}$が入射する際, $\Omega^{(1)}$の内部の介在物$\Omega^{(2)}$の最適分布を探索するトポロジー最適化問題を考える.



Find $\Omega^{(2)}$ such that

$$\min\ J(\Omega^{(2)})=\sum_m f(\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}}))$$

subject to

★ 2次元動弾性問題

運動方程式

$$\sigma_{ji,j}+\rho^{(1)}\omega^2u_i=0\quad \text{in } \Omega^{(1)}$$
$$\sigma_{ji,j}+\rho^{(2)}\omega^2u_i=0\quad \text{in } \Omega^{(2)}$$

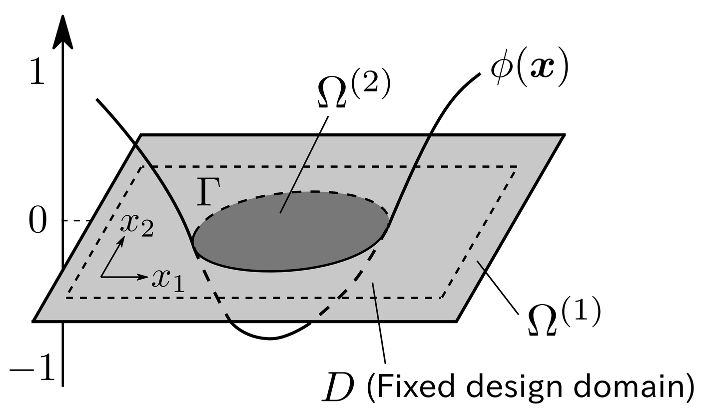
境界条件

$$u_i^{(1)}=u_i^{(2)}\quad \text{on } \Gamma$$
$$\sigma_{ji}^{(1)}n_j=\sigma_{ji}^{(2)}n_j\quad \text{on } \Gamma$$

散乱場に対する放射条件

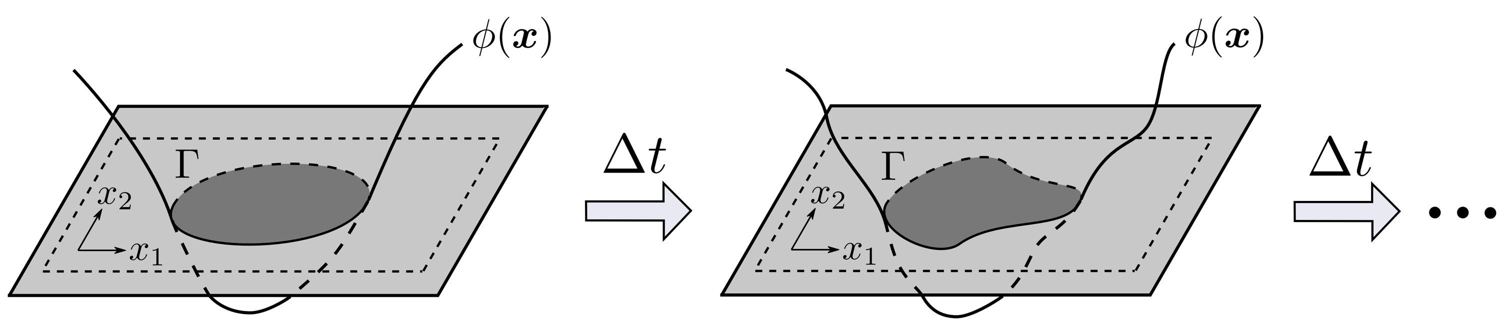
レベルセット法を用いて各領域を表現する.

$$\Omega^{(1)}=\{\boldsymbol{x}\mid 0<\phi(\boldsymbol{x})\le 1\}$$
$$\Omega^{(2)}=\{\boldsymbol{x}\mid -1\le\phi(\boldsymbol{x})<0\}$$
$$\Gamma=\{\boldsymbol{x}\mid \underbrace{\phi(\boldsymbol{x})}_{\text{レベルセット関数}}=0\}$$



レベルセット関数ϕを次の時間発展方程式に従って変化させることによって, 最適形状を探索する.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}(\boldsymbol{x},t)=-K\underbrace{\mathcal{T}(\boldsymbol{x})}_{\text{トポロジー導関数 (設計感度)}}+\tau\nabla^2\phi(\boldsymbol{x},t)$$



トポロジー導関数$\mathcal{T}$の分布は動弾性問題★を数値的に解くことによって得られる. 本研究では, この解析に境界要素法と$\mathcal{H}$マトリクス法を組み合わせたソルバを用いることにより

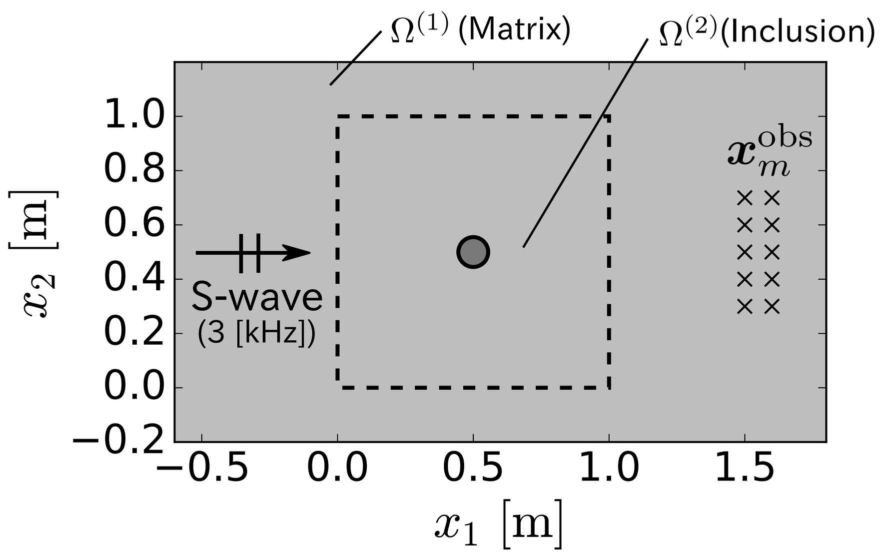
- 近似を含まない無限領域の厳密な取り扱い
- 解析の大幅な高速化

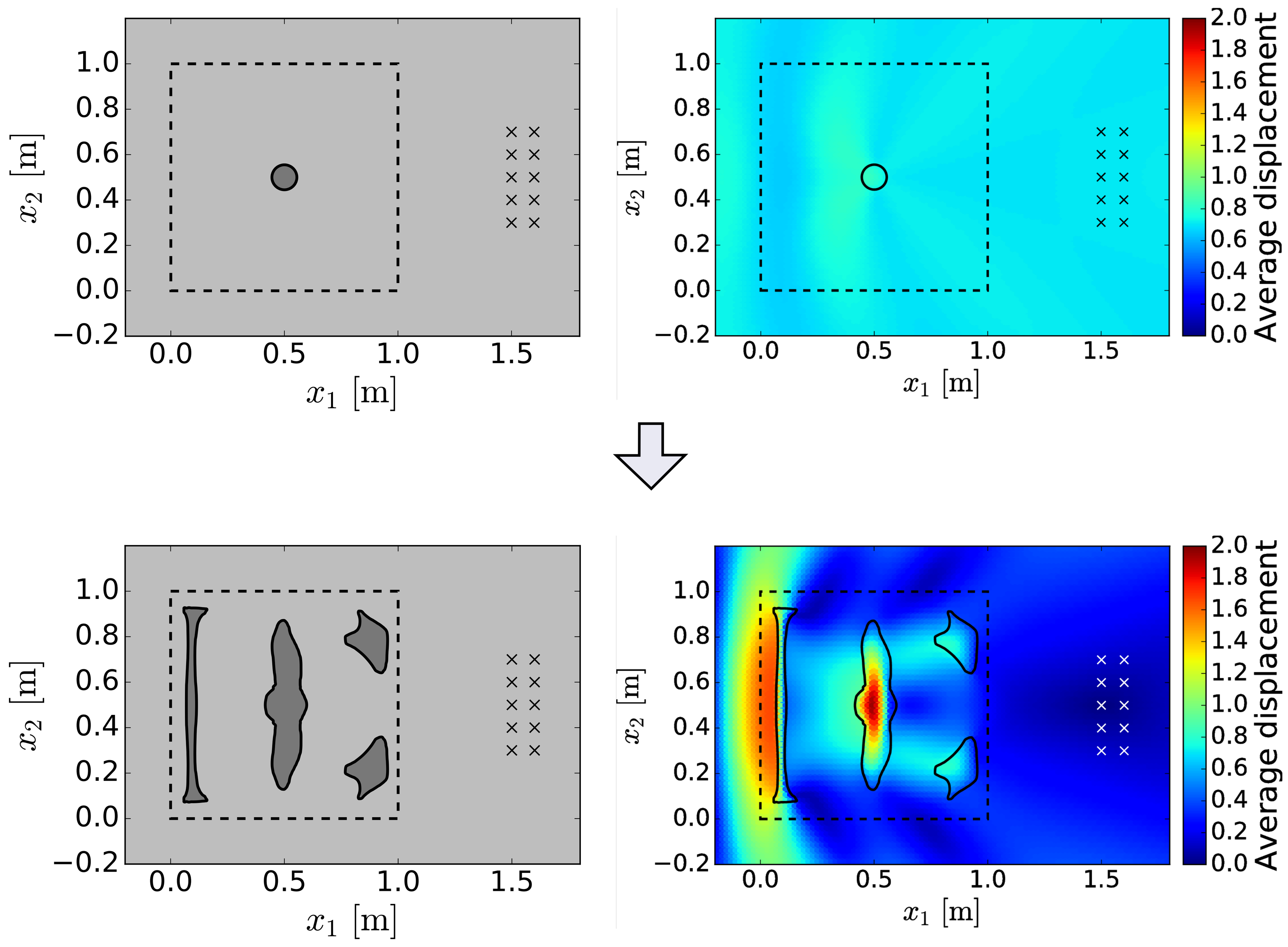
を可能にする.

数値例① (変位最小化問題)

観測点$\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}}$における変位最小化を目的としたトポロジー最適化を行う.

- 母材　$\Omega^{(1)}$: 鉄
- 介在物$\Omega^{(2)}$: エポキシ樹脂





数値例② (逆散乱問題)

トポロジー最適化の応用として, 観測点$\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{obs}}$における変位測定値を用いて介在物の分布を推定する逆散乱解析を行う.